

L'INTÉGRATION D'UN LOGICIEL DE CALCUL FORMEL

Christiane Rolet et René Jaffard

IUFM de l'Académie de Lyon

I. INTRODUCTION

Cet article relate différents résultats émanant d'une observation dans le cadre d'une recherche conduite par les praticiens et dont le sujet était l'intégration d'un logiciel de calcul formel dans des problèmes longs (Aldon G. et Tisseron C., 1998) qui s'est déroulée dans des classes de 1^{re} S.

Le logiciel de calcul formel utilisé était « Dérive », installé sur la calculatrice TI-92. Celle-ci a d'abord été présentée aux élèves dans les fonctionnalités les plus immédiatement utilisables, lors de séances dédiées ou en liaison avec le cours.

Deux types d'activités ont été observées : une recherche sur le flocon de Von Koch en 1995-1996 et une activité sur les résolutions d'équations en 1996-1997. Dans les situations expérimentées, une des hypothèses faites était que la TI-92 devait permettre aux élèves de faire de nombreux calculs et/ou de tracer de nombreuses représentations graphiques de fonctions, dans le but de vérifier ou de conjecturer des résultats.

II. LE CONTEXTE

II.1 Situations mises en place

Problème sur le flocon de Von Koch en 1995-1996

La recherche sur le flocon de Von Koch que l'on trouvera décrite ci-dessous (en encadré) a en fait les caractéristiques d'une situation-problème : le savoir visé concerne les suites, la tâche est clairement définie et les élèves peuvent s'y engager, leurs connaissances sont insuffisantes pour résoudre le problème immédiatement (les élèves n'ont pas encore le savoir nécessaire sur les suites, le savoir visé est l'outil le plus adapté pour résoudre le problème). Le travail s'est déroulé en classe de 1^{er} S sur deux séances séparées d'une semaine, les élèves travaillant en groupes (quatre groupes de trois élèves et deux groupes de quatre élèves).

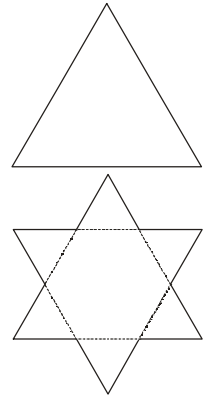
Il s'agissait de trouver un « moyen » de calculer le périmètre et l'aire du flocon de Von Koch aux trois premières étapes et de conjecturer une formule pour une étape quelconque (cf. ci-dessous).

Une construction qui n'en finit pas !

Figure initiale : la longueur du côté du triangle équilatéral est 1 unité.

Étape 1

La figure suivante est obtenue en partageant chaque côté de la figure en trois parties égales, puis en supprimant le segment central de chaque côté et en le remplaçant par deux segments de même longueur que le segment supprimé, comme ci-contre.



Étape 2

On recommence l'opération sur chacun des segments de la nouvelle figure. Dessiner, ci-dessous, la figure obtenue à partir de la précédente.

Trouver un moyen permettant de calculer le périmètre et l'aire de la figure obtenue à chaque étape, lorsqu'on continue indéfiniment le processus de construction.

Nous étions là principalement en qualité d'observateurs. Nous n'avons donc pas conduit une analyse *a priori* très détaillée de l'utilisation possible de « Dérive » pendant la recherche, mais seulement évoqué son utilisation probable pour chercher périmètre et aire à l'étape 116.

L'outil a été donné aux élèves après Noël. Avant la situation analysée ici, le professeur avait présenté quelques fonctionnalités de la TI-92 et de « Dérive » : commandes et fonctionnalités techniques, résolution de triangles, programmation et création d'une bibliothèque de fonctions sur la TI-92. Il avait utilisé la calculatrice principalement comme outil facultatif de vérification, en accompagnement de calculs faits à la main, tenant en cela à ne pas trop s'éloigner du contrat habituel.

Recherche sur les équations en 1996-1997

Le travail sur les équations a été observé l'année suivante, il apparaît davantage comme un thème d'étude que comme un « problème long » : pas de tâche précise donnée aux élèves, pas de critère de réussite ou de fin d'étude, pas de savoir clairement identifié *a priori* dont l'acquisition se ferait dans cette activité. Il se voulait être une « colonne vertébrale » pour la partie du cours d'algèbre et d'analyse traitant de la résolution des équations. Cette activité, démarrée début décembre 1996, s'est achevée fin mai 1997. Elle a été conduite dans deux classes de 1^{re} S (nommées par la suite A et B, pour désigner à la fois la classe et le professeur de la classe).

La recherche proposée aux élèves a comporté plusieurs questions, conduisant à une étude en groupes sur l'un des thèmes suivants : équations du troisième degré, équations de degré quatre ou plus, équations trigonométriques, équations irrationnelles (chaque groupe de travail devait traiter un des deux premiers thèmes et un des deux derniers, les paires de sujets étant constituées par les professeurs).

Pour amorcer la recherche sur les équations du troisième et quatrième degré, des textes historiques ont été donnés aux élèves sur les méthodes de Cardan, Ferrari, Tortaglia et Bombelli (extraits de : L. Dedron et J. Itard (1960) *Mathématiques et mathématiciens*, éd. Magnard ; J.-P. Collette (1973), *Histoire des mathématiques*, Édition du Pédagogique I.N.C.).

En février, a eu lieu la première séance avec exposés : un élève par groupe de recherche a exposé, en rendant au professeur un compte rendu écrit faisant le point de la recherche présentée oralement. Il y a eu régulièrement des exposés, chaque élève devant par contrat faire un exposé et être évalué.

II.2 Recueil de données par les observateurs - chercheurs

Pour être plus clair, précisons les observations conduites dans le cadre de chacune des deux activités :

En 1995-1996 sur le flocon de Von Koch

Elles ont été effectuées dans une seule classe (notée A) et ont porté sur le travail de recherche de deux groupes de quatre élèves lors des deux séances dédiées ainsi que l'interview de trois élèves suivant la technique de l'entretien d'explicitation. Les observables comprenaient aussi les affiches produites par les différents groupes et les devoirs à la maison des élèves observés. L'observation a davantage été tournée vers les productions des élèves et l'utilisation qu'ils faisaient de la TI-92 que sur le travail conduit par les praticiens lors de ces séances dédiées et leur articulation avec le « cours normal ».

En 1996-1997 sur la recherche sur les équations

Dans le cadre de la recherche, les observations étaient programmées dès le début, elles ont été effectuées dans deux classes en parallèle (notées A et B) et ont porté à la fois sur le travail de recherche de groupes d'élèves concernant la résolution d'équations du troisième et du quatrième degré et sur des exposés d'élèves. De plus nous avons fait passer en mai un questionnaire aux élèves des deux classes A et B : 44 questionnaires d'élèves (21 sur 22 dans la classe A ; 23 sur 27 dans la classe B) ont été collectés. Enfin, six élèves ont été interviewés, le choix des élèves pour l'entretien a été fait en fonction de l'analyse globale des réponses au questionnaire et de leur profil, en vue d'approfondir certaines questions relatives notamment à la mise en place d'une démarche scientifique et/ou aux perceptions des élèves relativement à la TI-92 et à « Dérive ».

Si la première année (*flocon de Von Koch*) nous n'avions pas prévu de faire des observations notamment sur les praticiens, en conclusion de notre analyse nous nous sommes posés certaines questions concernant la conduite de la situation par le professeur. Aussi nous avons prévu de prendre en considération ce point de vue dans l'observation menée sur *la recherche sur les équations*. Outre l'étude des interventions d'un des enseignants dans les enregistrements des deux séances observées, nous avons également recueilli deux types de témoignages : d'une part chacun d'eux a spontanément écrit un texte relativement court faisant le point sur son activité et, d'autre part, nous avons eu un entretien (de type explicitation) avec chacun d'eux en fin d'année.

III. POINTS POSITIFS POUR L'INTÉGRATION

Nous distinguerons ci-dessous les points positifs du point de vue des élèves (analysés à partir des observations, des questionnaires et des interviews) et du point de vue de leurs enseignants (à partir de leurs interventions dans les séances, de leurs commentaires écrits et oraux).

III.1 Du côté des élèves

Nous présenterons l'analyse séparée de chacune des situations, celles-ci s'étant déroulées et ayant été observées de façons différentes.

La mise à disposition de la TI-92 n'a pas été réalisée dans les mêmes conditions les deux années. En 1995-1996, les calculatrices ont été distribuées aux élèves mi-janvier 1996 pour une observation qui a eu lieu mi-février. En 1996-1997, la distribution à chaque élève d'une TI-92 pour un usage privé a été faite dès les premières semaines de l'année scolaire, ce qui a permis une prise en main collective et précoce ainsi qu'une intégration dans les pratiques d'enseignement du professeur dès le début du cours.

La seconde année, le fait d'avoir fait passer un questionnaire auprès des élèves des deux classes de 1^{re} S en fin d'année (mai 1997) nous a permis d'avoir une approche statistique plus fiable pour notre analyse.

Situation du Flocon de Von Koch

Le fait que tous les élèves aient été « possesseurs » de la même calculatrice a permis une prise en main collective de l'outil guidée par le professeur et donc l'acquisition d'une « culture commune de la TI-92 » ; comme l'a dit un élève : « *on sait s'en servir réellement* ». Certains élèves ont aussi déclaré avoir découvert « *par curiosité* » des fonctionnalités autres de la TI-92, non directement utiles dans la recherche proposée, comme la géométrie (« *notamment en 3D* »).

Malgré le contexte de recherche connu par les élèves et la présence d'observateurs venus « *pour savoir comment on travaille avec cette calculatrice [la TI-92]* », il apparaît que celle-ci a été surtout utilisée pour vérifier des résultats ou des calculs « faits à la main », pour servir d'arbitre (se mettre d'accord à l'intérieur d'un groupe par exemple sur une valeur arrondie), pour écrire un nombre sous forme décimale (analyse tirée des interviews).

Quant à l'articulation entre les séances de recherche et le déroulement du « cours normal », si rupture de contrat il y a eu, elle a été jugée bénéfique par les élèves dans la mesure où ils ont déclaré intéressante la démarche qui a consisté à introduire de nouvelles connaissances par des activités de résolution de problèmes : « *finalement on intègre beaucoup mieux la leçon* » a déclaré l'un des élèves.

Situation de la recherche sur les équations

Les propos qui suivent reposent essentiellement sur les informations recueillies dans les questionnaires renseignés par les élèves des deux classes de 1^{re} S observées (au total 44 réponses sur 45 élèves).

Si les conditions de la prise en main de la TI-92 ne sont pas mentionnées, c'est que celle-ci s'est faite dans la durée et de manière intégrée aux besoins du moment, avant la mise en place du problème long (soit de septembre à décembre), aidée en cela par l'utilisation par le professeur d'une TI-92 rétroprojetable. En classe comme à la maison, les usages majoritaires ont été les calculs (et leur vérification) et les représentations graphiques.

Sans que ce soit une véritable découverte, on notera que pour un devoir surveillé, la TI-92 a été appréciée « *pour vérifier des calculs, des résultats, y compris graphiques* » mais aussi parce qu'elle a permis de « *mettre des formules en mémoire* » (qui du formulaire mathématique pour l'épreuve du baccalauréat !!!), intérêt encore plus fortement marqué quand il est question de l'usage de la TI-92 dans d'autres matières, notamment en physique - chimie.

III.2 Du côté des praticiens

Il semble que les deux points positifs principaux concernent la banalisation de l'usage de la TI-92 et la possibilité de chercher à mettre en place dans la classe des problèmes longs.

« Naturaliser » l'usage de la TI-92

L'usage de la calculatrice par les professeurs s'est très vite « naturalisée » dans l'établissement puisque, la seconde année, ils se disaient déjà rodés à sa présentation en début d'année aux différents partenaires.

Le deuxième point à souligner est le fait que ces derniers voulaient, en dehors des problèmes longs, faire de la TI-92 un outil « habituellement » utilisé. Ainsi, l'un d'eux (A) donnait systématiquement dans les devoirs une partie à faire sans la calculatrice et une seconde partie où elle était autorisée. L'utilisation que les élèves étaient susceptibles d'en faire n'avait pas été prévue *a priori* de manière explicite ni donnée dans les consignes : il semble cependant que le praticien ait prévu la possibilité de donner des problèmes avec davantage de calculs à faire (sur la TI-92). Les usages les plus immédiats dans un tel contexte sont l'effectuation de calculs et la vérification de résultats (calculs, tracés de courbes, limites, etc.) et il semble que dans ce cadre-là la majorité des élèves l'ait utilisée.

Possibilité de mettre en place la recherche de problèmes longs

Il est certain que sans la présence de la TI-92 les professeurs ne se seraient pas lancés dans la mise en place de problèmes longs (ou semi-longs). Pour eux et dans la problématique choisie, la recherche de problèmes nouveaux demandant la mise en place d'une démarche scientifique ne pouvait être menée par les élèves qu'avec l'utilisation de la TI-92 leur permettant de faire conjectures et vérifications, en s'affranchissant de calculs longs et fastidieux, voire en explorant un contexte numérique inhabituel (par exemple dans le choix des coefficients numériques des équations).

Dans la situation de Von Koch, la situation a été plus facile à conduire, le lien avec le cours plus évident, la but à atteindre pour les élèves (la définition de la tâche) plus clair et le contrat, bien qu'en rupture avec le contrat habituel, était gérable. Dans ce contexte l'intégration de la TI-92 devait permettre de calculer périmètre et aire pour des rangs élevés.

Dans l'étude du thème des équations, la TI-92 pouvait et devait s'avérer utile, non pas dans l'étude du texte historique, mais dans la résolution des différents types d'équations par la TI-92 (troisième et quatrième degré, irrationnelles et trigonométriques). Les enseignants pensaient qu'elle permettrait aux élèves de résoudre ces équations et, en passant plus ou moins spontanément au cadre graphique, de conjecturer des résultats sur le nombre de solutions des équations.

IV. POINTS NÉGATIFS

Les points négatifs ont été extraits des mêmes observables que les points positifs.

IV.1 Du côté des élèves

Situation du flocon de Von Koch

Des élèves ont déclaré que la TI-92 ne leur avait pas plus servi qu'une calculatrice « normale » et que, dans le contrat au moins implicite « *il fallait d'abord montrer qu'on savait faire à la main* » et seulement « *après, vérifier* » avec la calculatrice. Ce point peut expliquer, en partie au moins, le rôle effectif qui a été dévolu à la TI-92.

On notera que pour les élèves, probablement plongés dans l'utilisation de la TI-92 de manière un peu trop artificielle, celle-ci n'a été ni le support ni le prétexte à la mise en place d'heuristiques, qu'elle n'a pas favorisé lors des séances de recherche l'élaboration de conjectures et la démarche de vérifications qu'elle sous-tendait.

Situation de la recherche sur les équations

La TI-92 n'a pas été perçue comme une aide à la formulation d'hypothèses ; par contre, elle a été fortement perçue comme un instrument qui « *fait gagner du temps* », qui « *permet de vérifier les résultats* » qui « *aide à préparer des contrôles* ».

Dans le mode « Calcul », on ne sera pas étonné de constater que les trois fonctionnalités les plus utilisées ont été, par ordre décroissant : la résolution d'équations, la factorisation et les limites. Il est à noter que neuf élèves sur 41 indiquent un intérêt de la TI-92 comme aide à une meilleure compréhension de certaines notions mathématiques comme les limites et les dérivées. Enfin, dans le cadre précisément de la recherche sur les équations, le passage du mode « Résolution d'équations » au mode « Graphique », c'est-à-dire l'articulation entre le cadre numérique et cadre graphique n'a pas été spontané : les praticiens ont dû suggérer ce passage qui, pourtant, avait été mis en œuvre quelques semaines auparavant à l'occasion du second degré (nombre de racines d'une équation du second degré et parabole).

On notera en conclusion que l'intérêt des élèves est d'autant plus fort que les choix épistémologiques et pédagogiques du professeur sont en adéquation avec la mise en place d'une activité de problème long (ou semi-long) intégrant l'usage de la TI-92 et du calcul formel (« Dérive » dans notre cas).

L'intérêt dépend également des usages faits de la TI-92 dans le fonctionnement habituel qui en est fait par contrat dans les résolutions de problèmes : instrument de calcul et de vérification seulement, et/ou également support de conjectures et de questions menant à des preuves mathématiques.

IV.2 Du côté des praticiens

Les deux points négatifs les plus essentiels nous semblent concerner la lourdeur de la présentation de la calculatrice et de ses fonctionnalités et surtout la difficulté à changer de contrat didactique.

Lourdeur de la mise en place sur le plan « technique »

L'un des enseignants a eu de graves ennuis avec la gestion matérielle des calculatrices : plusieurs vols ont été commis dans l'enceinte du lycée. Il a avoué en fin d'année avoir été tenté d'abandonner toute l'expérience après cet événement.

De plus, la présentation et la mise à disposition des calculatrices demandent plusieurs séances uniquement consacrées à des manipulations de prise en main. Cela n'est pas sans poser problème à des enseignants consciencieux qui ont promis aux parents et aux élèves d'arriver au terme du programme. Ainsi l'un d'eux dit : « *Je crois que la TI-92 est un instrument complexe et que pour l'élève de base (qui ne suit pas l'option informatique et qui n'a pas d'ordinateur), sa domestication, l'apprentissage de son maniement (même en omettant la partie géométrie) est un processus lent.* » Ainsi par exemple, la première année, dans le flocon de Von Koch, la calculatrice et les résultats affichés (arrondis vs exacts) ont posé plus de problèmes qu'ils n'en ont réglés.

Importance de la rupture de contrat

La rupture de contrat, tant en ce qui concerne la mise en place du problème long qu'en ce qui concerne l'utilisation de la TI-92, a été très difficile à vivre, principalement dans la situation des équations mise en place en 1996-1997 (surtout dans la mesure où cette dernière devait vivre sur plusieurs mois de décembre à mai).

Nous relevions déjà dans la situation de Von Koch la difficulté pour les élèves de A de s'adapter dans une même activité à tant de changements : nouvelle forme d'organisation du travail, nouveau type de problème, nouveau contrat didactique. Apparemment l'enseignant n'avait pas l'habitude de faire faire des recherches en groupe ; il n'avait pas accoutumé ses élèves à émettre des conjectures, à exposer leurs procédures. Il ne semble pas non plus qu'il ait donné à la recherche personnelle entre les deux séances et au devoir à la maison un statut assez fort.

Dans l'étude sur les équations, nous avons relevé plusieurs types de difficultés liés pour l'essentiel à la gestion de l'activité de recherche avec les élèves et à l'articulation, dans la durée, entre cette activité et le déroulement du « cours normal » :

- l'articulation entre le « problème long » et le cours difficile à gérer pour les élèves et le professeur ;
- la tâche à effectuer par les élèves était définie de manière trop floue et les a déconcertés ;
- le niveau d'intervention du professeur avec le risque de refermer la situation ;
- enfin la gestion des exposés, leur évaluation et, surtout, le statut de leurs contenus comme connaissances par rapport à celles du « cours normal ».

V. PERSPECTIVES

À la rentrée 1997, les praticiens ont demandé un temps de réflexion et d'arrêt et ont donc rendu les TI-92, sans pour autant s'interdire d'en utiliser une comme outil d'enseignement en classe avec leurs élèves, avec une rétroprojection de l'écran. Il nous semble que c'est davantage l'introduction des problèmes longs que l'introduction de nouveaux moyens de calcul qui leur a posé problème. Ils ont analysé avec clairvoyance le fait que la situation du flocon de Von Koch s'était bien déroulée mais ne relevait pas du problème long ; que la recherche sur les équations représentait une rupture de contrat beaucoup trop difficile à gérer. Comme l'a dit l'un d'entre eux, « *il faut articuler le cours autour du problème long et non le contraire* ». C'est un risque et un travail énormes...

De façon plus générale, nos analyses nous ont amenés à nous poser deux grands types de questions : les premières concernant l'outil lui-même, les autres concernant son intégration possible.

Tout d'abord, on peut se poser le problème du rapport « qualité/prix » de Dérive : lorsque les écritures des nombres à la main et sur l'écran ne sont pas les mêmes, y compris par leurs natures, que devient « Dérive » comme outil de vérification ? Faut-il concevoir un apprentissage nouveau chez les élèves concernant le numérique ? Quelles sont les notions mathématiques que cet apprentissage fait intervenir ? Certaines sont-elles intéressantes à reprendre au niveau de la 1^{re} S ? D'autres connaissances sont-elles abordables et enrichissantes mais pas au programme ? Serait-il souhaitable de les mettre dans un curriculum quelconque ?

Ensuite, l'intégration de la TI-92 et de « Dérive » peut se faire soit dans un contrat habituel de fonctionnement et apparaître seulement comme un nouveau moyen de calcul et de vérification ; soit son arrivée peut inciter un professeur à mettre en place des activités facilitant un travail sur la démarche scientifique : c'était le pari qui était fait ici par les praticiens observés.

Quels sont les facteurs d'aide et de résistance chez les élèves et chez leurs enseignants pour que l'introduction d'un outil de calcul formel fasse évoluer les pratiques ? Il ne s'agirait plus alors de l'intégration – naturalisation d'un outil dans une pratique « solidifiée » mais d'une « intrusion » interrogeant des pratiques, les faisant évoluer, permettant aussi de faire évoluer le contrôle exercé par les élèves : simple, instrumenté ou théorique.

Un contrôle simple pourrait consister à utiliser la TI-92 comme seulement un instrument de calcul et de vérification de calculs (par exemple dans Von Koch, calculs menés dans les premières étapes, avec le problème que les résultats sont donnés sous forme décimale et ne permettent pas alors une conjecture sur les formules ; par exemple dans la résolution d'équations, recherche des solutions posées dans le texte historique).

Le contrôle instrumenté pourrait être envisagé comme étant l'utilisation de la calculatrice pour faire une conjecture, vérifier une conjecture, taper un programme permettant d'avoir les résultats, tracer des graphiques, faire des conjectures sur le nombre de solutions des équations...

Le contrôle théorique est bien sûr celui qui utilise théorèmes et démonstrations et ne fait pas intervenir la TI-92.

Si les élèves ne possèdent pas suffisamment les moyens d'un contrôle simple, quelle est la possibilité d'utiliser un contrôle de niveau supérieur ?

Le contrôle instrumenté demande une connaissance suffisante de l'outil et une « culture du contrôle instrumenté » qui ne s'établit pas spontanément dans une classe ; la mise en place d'une telle culture demande du temps, surtout pour la partie conjecture.

Il serait aussi souhaitable que le contrôle théorique, au lieu d'être imposé, soit suggéré et/ou proposé aux élèves à la suite d'un contrôle instrumenté et à leur demande, dans une institutionnalisation ; ceci permettrait de leur (dé)montrer la pertinence d'un contrôle théorique utilisant connaissances et compétences (théorèmes, démonstrations, généralisations...). ■

RÉFÉRENCES

- Aldon G. 1995. « Une voiture à la dérive », *Revue Repère*, n° 21, octobre 1995, Topiques.
- Artigue M. 1995. « Un regard didactique sur l'utilisation des outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques », *Repère IREM*, n° 19, avril 1995, Topiques.
- Arsac G., Balacheff N., Mante M. 1992. Teacher's role and reproductibility of didactical situations, *Educational Studies in Mathematics*, 23, 1992, p. 5-29.

- Arsac G., Germain G., Mante M. (1988). *Problème ouvert et situation problème*, IREM de Lyon, n° 64.
- Jaffard R. (Dir.) (1994). *Utilisation Pédagogique de l'Ordinateur en mathématiques*, publication conjointe de l'IREM, la MAFPEN, l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques et l'IUFM, n° 1, 1990, n° 2, 1993, n° 3, 1994.
- Jaffard R., Rolet C., Capponi B., Clarou P., Hachelouf A. (1999). *Les conditions de reproductibilité et de transfert d'innovations : le cas des environnements informatiques pour la formation*, Documents et travaux de recherche en éducation, n° 37, 1999, Paris : INRP.
- Rolet C. (1996). *Dessin et figure en géométrie : analyse de conceptions de futurs enseignants dans le contexte Cabri-géomètre*. Thèse de l'Université Claude Bernard, Lyon 1. Les pages concernant particulièrement le *contrôle* se trouvent pages 67-87.
- Trouche L. (1996). *Enseigner les mathématiques en Terminale scientifique avec des calculatrices graphiques et formelles*, IREM de Montpellier.