À PROPOS DE L'USAGE DES CALCULATRICES

Jacques LUCY

Il existe une fâcheuse tendance actuellement à accoler systématiquement l'attribut d'OUTIL au mot informatique. S'il est vrai que le mot a la connotation UTILE, pour nombre de personnes, il induit l'idée qu'avec un mode d'emploi précis (en français si possible) l'usage de la boîte noire ne pose plus aucun problème. Les quelques lignes qui suivent, inspirées par un enseignement en classe terminale, voudraient illustrer l'idée de maîtrise RAISONNEE, ou encore qu'il est bon que les concepts ne viennent pas APRES.

I. UN USAGE NON EVIDENT

Les calculatrices sont pour beaucoup un objet magique (comme la baguette du même nom) et leur utilisation est souvent médiocre. Ce n'est pas la seule occasion où disposer d'un objet incite à ne pas réfléchir : le meilleur emploi de l'automobile, de la télévision ou d'une chaîne HIFI n'a pas toujours lieu.

Un mauvais usage des calculatrices peut être dénoncé en termes de stratégie : il est bien plus rentable de passer une heure à apprendre par coeur les formules de trigonométrie que de les entrer dans un fichier ; même argument pour ce qui concerne les résolutions d'équations du deuxième degré ou de systèmes 2-2.

Il est moins aisé de développer de bonnes habitudes chez l'élève, exemple : veiller à contrôler le mode implicite dans lequel la calculatrice fonctionne et faire un usage modéré de la manière dont elle lève des ambiguïtés (parenthèsage, priorité des opérations, assimilation de XX à X*X sur la Casio par exemple).

Développer l'esprit CRITIQUE sur les ordres de grandeurs et sur le fait d'effectuer des arrondis corrects, comprendre les effets pervers de certaines approximations est un travail toujours inachevé de la part des maîtres.

Les élèves ont beaucoup de mal à faire la différence entre contrôler un résultat et le prouver. Reconnaissons que l'approche expérimentale, l'observation, le fait d'émettre des conjectures, d'établir des résultats par une démonstration sont des démarches plus difficiles à différencier pour les jeunes des années 90 que pour les générations précédentes ; il suffit de voir combien les pseudo raisonnements (quasiment instutionnalisés en publicité et marketing) viennent brouiller les pistes.

Il est vrai que la calculatrice permet d'observer certains phénomènes, par exemple la fonction ln semble croissante sur R^{+*}, il semble que pour tout x réel $e^x \cdot 1 + x$,... cependant $\ln(10^{98})$ ne dépasse pas 228.

Une démarche pédagogique s'appuyant sur de telles constatations expérimentales doit toujours être très prudente. Je pense notamment aux fameuses "règles de signes". Utiliser une calculatrice pour les illustrer est risqué, même lorsque certaines ont le bon goût de distinguer le moins unaire du moins binaire (encore que "-" sexe de l'entier négatif (-2) ne soit pas identique au "-" signifiant prise de l'opposé ce que certains élèves de terminale scientifique maîtrisent parfois difficilement) : sur ma calculatrice -0×1 donne 0.

Dans le même ordre d'idée, l'aspect graphique des calculatrices doit inciter les enseignants à une réflexion approfondie. Il est un IMPERIEUX de montrer les faiblesses de toute calculatrice graphique, aussi sophistiquée soit-elle et de montrer comment les résultats suggérés doivent être pris avec précaution ; c'est évident pour les asymptotes verticales, les études locales, mais il ne faut pas s'en tenir à quelques exemples : le tracé de la courbe représentative de $x \longrightarrow e^{-x} \ln(1+e^x)$ ne devrait pas poser de problème, et pourtant les résultats sont catastrophiques pour $x < -25$, pourquoi ? La vigilance intellectuelle doit être permanente et ceci dans toutes les disciplines ; la rigueur ne doit pas être l'exigence des seuls professeurs de mathématiques et j'en veux aux physiciens qui écrivent : "pour x petit en radians, disons $0 < x < 10^{-2}$, on a $\sin x = x$".

Certains effets sont pervers. Alors que l'objet d'un exercice était (entre autres) de montrer que la restriction de la fonction tan définie sur $]-p/2 ; +p/2[$ admet une application réciproque g et de calculer g(1), certains élèves m'ont répondu que la bijection réciproque était $\tan^{-1}$ et que $\tan^{-1}(1) = 0{,}7853981634$: l'écriture de $\tan^{-1}$ sur la calculatrice avait suffit pour prouver l'existence de $\tan^{-1}$. Que se passerait-il si au lieu de graver $\tan^{-1}$ on avait imprimé DIEU ? La comparaison n'est pas si saugrenue : débrouillez-vous pour que la calculatrice affiche un résultat erroné [1] et obtenez le résultat correct par une autre méthode, puis demandez aux élèves de choisir !...

Il n'est pas inutile de souligner un intérêt important des calculatrices graphiques : c'est le fait que l'écran étant plus grand, l'élève conserve la visualisation de l'expression algébrique qu'il calcule. Ceci incite à conseiller des calculatrices graphiques programmables dès la seconde aux élèves dont on peut pronostiquer qu'ils iront jusqu'au bac.

II. QUELQUES SUGGESTIONS

L'expérience prouve que l'usage raisonné d'une calculatrice n'est pas toujours spontané. L'usage de la mémoire tampon apporte pourtant bien des commodités : si on veut tabuler la fonction : n $\longrightarrow$ $x^2 - 2x + 7$ avec une Casio mieux vaut écrire :

? → x:x*x-2x+7

que calculer à chaque fois l'expression. On aura remarqué sur cet exemple l'usage explicite du symbole de la multiplication.

On veillera à ce que dans toute expression, il y ait autant de parenthèses fermantes que d'ouvrantes et on n'hésitera pas à mettre des parenthèses inutiles, exemple $\sin(x^2)$, même si on a pris soin d'expliquer les priorités relatives des opérateurs : deux précautions valent mieux qu'une.

De la même manière, le tracé de la courbe représentative d'une fonction sera en principe effectué par

CLS : GRAPH Y = √ (x*x+x+1)-x

et non pas par l'entrée des deux expressions séparément : il faut développer chez l'élève l'idée que des instructions peuvent s'organiser en une procédure. Une réflexion approfondie sur les questions de précisions, le caractère approché de la représentation des nombres en machine est tôt ou tard indispensable : s'il est vrai que sur toutes les machines correctes $(1/7)\times 7$ donne 1 et que $(\sqrt{x})^2$ donne x, ce n'est pas pervers que de chercher (et trouver) les limites de la machine.

---

1 une méthode consiste à utiliser des "formes indéterminées"... exemple :

$I_n = \int_0^1 t^n e^t dt$ qui vérifie $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$ et $I_0 = e - 1$

On peut calculer In soit de manière "exacte" en utilisant l'itération : I_{15} est correct mais I_{20} ne l'est plus. En revanche, une méthode de calcul approché fournit des résultats bien plus satisfaisants. Ce paradoxe est mal compris par les élèves.

Il me semble que l'emploi du langage de programmation de la calculatrice est très formateur et permet de conforter les méthodes que l'on se plaît à décrire et qui ne sont pas toujours mises en pratique.

En dépit du développement des solveurs, tant que l'esprit des programmes actuels n'aura pas été fondamentalement modifié, je suis convaincu de la valeur pédagogique d'un programme de dichotomie qui permet de présenter en action des concepts fort intéressants aussi bien en mathématique que sur le plan méthodologique (répétition d'un processus, évolution du contenu d'une mémoire de l'étape n à l'étape n+1, choix des différentes notations, test d'arrêt).

Soit à résoudre l'équation f(x) = 0 sur [a, b] sachant f(a)<0, f(b)>0. Partons de la réalisation simple suivante (pour Casio), la fonction f étant supposée croissante et stockée dans le programme 0 ;

? → A : ? → B	initialisations
Lbl 0 : (A+B) ÷ 2 → X :	
Prog 0 : Ans → Y	appel d'un sous programme
Y > 0 ⇒ X → B :	mise en œuvre d'une
Y < 0 ⇒ X → A :	conditionnelle
B – A > 0.0001 → Goto 0 :	répétition du processus si
A ◊	

On a préféré faire deux fois le test : "comparer Y à 0" plutôt que multiplier les branchements afin de préserver la lisibilité.

Cette version de base peut être enrichie : le programme peut vérifier que f(A) × f(B) < 0, classer les valeurs de manière que A < B et s'adapter lorsque la fonction est décroissante sans avoir à être modifié.

On fait alors constater aux élèves que le programme ainsi amélioré (en ergonomie) a doublé de volume. Cet enseignement ne me paraît pas négligeable !...

III. QUELQUES QUESTIONS

Tous les enseignants ont pu constater combien les réactions des élèves peuvent être différentes face à de telles situations.

Alors que des élèves (en minorité, pas forcément les meilleurs) se révèlent très dynamiques, très actifs au risque d'être brouillons, beaucoup de jeunes restent, devant la calculatrice, aussi "consommateurs" que devant un cours théorique. De là à dire qu'une telle attitude n'est pas toujours liée au contenu de l'activité proposée... Se pose alors la question, jusqu'où aller dans cette voie ?

Il est certain qu'une bonne maîtrise de la calculatrice en terminale est un atout précieux. Je demande toujours à mes élèves de contrôler, à chaque fois que c'est possible la vraisemblance d'un résultat trouvé. Les limites de fonctions ou de suites s'y prêtent particulièrement. Conjecturer le résultat correct concernant limite de $(1+1/n)^n$ quand n tend vers plus l'infini peut éviter de perdre un temps précieux et suggérer une bonne piste pour la résolution du problème.

Mais il faut savoir se limiter et cela pour différentes raisons.

La première est que le nombre de tels programmes doit être restreint, disons inférieur à 10, sinon on ne s'y retrouve pas.

La seconde est que, s'il importe de faire bien certaines réalisations simples (en privilégiant la clarté et l'exactitude, en identifiant clairement les cas particuliers non traités) il ne faut pas encourager les élèves à faire des programmes trop longs : ils ont parfois du mal à comprendre pourquoi. C'est tellement tentant d'en faire plus, de multiplier les boucles et les Goto. L'enseignant doit alors dire qu'une calculatrice n'est pas un outil de développement et que le manque de rigueur des langages devient vite dangereux.

La troisième est que l'attitude des divers enseignants étant très hétérogène, un professeur passionné par ce sujet doit se garder de se faire trop plaisir. Les élèves sont désorientés lorsque tel autre professeur rejette une telle démarche. Je suis surpris de voir des professeurs de mathématiques INTERDIRE l'usage des calculatrices lors d'un contrôle (quelqu'en soit le sujet).

Il est indiscutable que pour une enseignant le fait d'avoir été familiarisé avec un langage de programmation est un atout considérable pour mieux utiliser des calculatrices dont les performances deviennent remarquables. Celles-ci permettent d'obtenir de très bons résultats, elles ne dispensent jamais d'intelligence, ni de vigilance intellectuelle.

Jacques LUCY